

ПРОГРАММА
подготовки к дополнительным вступительным испытаниям по предмету
«Математика»

ОГЛАВЛЕНИЕ

1.	Введение	3
2.	Программа предмета «Математика»	4
3.	Методические рекомендации для подготовки к дополнительным вступительным испытаниям по предмету «Математика»	7
4.	Порядок проведения дополнительных вступительных испытаний	10
5.	Критерии оценки дополнительных вступительных испытаний по математике	11
	Приложение. Демонстрационные варианты экзаменационной работы по математике	13

1. ВВЕДЕНИЕ

Уважаемый кандидат! Вы сделали правильный выбор, решив стать сотрудником органов безопасности и поступить в Институт береговой охраны ФСБ России.

В целях более полного определения пригодности кандидатов к обучению на потоках подготовки по программам высшего образования организуются дополнительные вступительные испытания профильной направленности (далее – вступительные испытания).

Цель вступительных испытаний – дать объективную и разностороннюю оценку знаний по предмету «Математика», владению математическими умениями и навыками, определить уровень математической подготовки испытуемого.

Надеемся, что предложенная программа и наши рекомендации окажут Вам помощь на экзамене.

Желаем успехов!

2. ПРОГРАММА ПРЕДМЕТА «МАТЕМАТИКА»

2.1. Содержание курса предмета по разделам

2.1. Алгебра

Корни и степени. Корень степени $n > 1$ и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем.

Логарифм. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число e .

Преобразования выражений, включающих арифметические операции, а также операцию возведения в степень и операцию логарифмирования.

Основы тригонометрии. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного угла. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразования простейших тригонометрических выражений. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Арксинус, арккосинус, арктангенс числа.

2.2. Функции и графики

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Графическая интерпретация.

Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

Обратная функция. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции.

Степенная функция с натуральным показателем, её свойства и график.

Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций.

Тригонометрические функции, их свойства и графики; периодичность, основной период.

Показательная функция (экспонента), её свойства и график.

Логарифмическая функция, её свойства и график.

Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой, растяжение и сжатие вдоль осей координат.

2.3. Начала математического анализа

Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма. Арифметическая прогрессия.

Понятие о непрерывности функции.

Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Производные обратной функции и композиции данной функции с линейной.

Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции. Первообразная. Формула Ньютона-Лейбница.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Примеры применения интеграла в физике и геометрии. Вторая производная и ее физический смысл.

2.1.4. Уравнения и неравенства

Решение рациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств. Решение иррациональных и тригонометрических уравнений.

Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение систем уравнений с двумя неизвестными. Решение систем неравенств с одной переменной.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

2.1.5. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных.

Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.

Треугольник Паскаля.

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события. Решение практических задач с применением вероятностных методов.

2.1.6. Геометрия

Прямые и плоскости в пространстве. Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство).

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые.

Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых.

Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.

Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

Параллельное проектирование. Площадь ортогональной проекции многоугольника. Изображение пространственных фигур.

Многогранники. Вершины, ребра, грани многогранника. Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера.

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.

Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.

Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде.

Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная). Примеры симметрий в окружающем мире.

Сечения куба, призмы, пирамиды.

Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

Тела и поверхности вращения. Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения, параллельные основанию.

Шар и сфера, их сечения, касательная плоскость к сфере.

Объемы тел и площади их поверхностей. Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел. Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы. Координаты и векторы. Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.

Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трем некопланарным векторам.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ВСТУПИТЕЛЬНЫМ ИСПЫТАНИЯМ ПО ПРЕДМЕТУ «МАТЕМАТИКА»

3.1. Кандидатам необходимо внимательно ознакомиться с содержанием программы, подобрать литературу и приступить к повторению учебного материала.

3.2. Требования к уровню общеобразовательной подготовки кандидата на обучение в Институте

По предмету «Математика» на базовом уровне кандидат должен знать и понимать:

значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике;

широту и, в то же время, ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;

значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;

историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;

универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;

вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

3.2.1. Алгебра:

уметь выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы;

находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства;

пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;

проводить вычисления по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;

вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

3.2.2. Функции и графики:

уметь определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;

строить графики изученных функций;

описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;

решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков.

3.2.3. Начала математического анализа:

уметь вычислять производные и первообразные элементарных функций, используя справочные материалы;

исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа;

вычислять в простейших случаях площади с использованием первообразной;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических задач, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

3.2.4. Уравнения и неравенства:

уметь решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, иррациональные и тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;

составлять уравнения и неравенства по условию задачи;

использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;

изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для построения и исследования простейших математических моделей.

3.2.5. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей:

уметь решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;

вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; анализа информации статистического характера.

3.2.6. Геометрия:

уметь распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;

описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;

анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;

изображать основные многогранники и круглые тела;

выполнять чертежи по условиям задач;

строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;

решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);

использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;

проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;

производить вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

3.3. Литература для подготовки к экзамену по предмету «Математика»:

1. Алимов Ш.А. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни) / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева и др. – М.: Просвещение, 2021 г. – 463 с.

2. Атанасян Л.С. Геометрия. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных организаций (базовый и профильный уровни) / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов и др. – М.: Просвещение, 2021 г. – 255 с.

3. Мерзляк А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Базовый уровень. Учебник ФГОС / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский и др. – М.: Вентана-Граф, 2022 г. – 288 с.

4. Мерзляк А.Г. Геометрия. 11 класс. Углубленный уровень. Учебник ФГОС / А.Г. Мерзляк. – М.: Вентана-Граф, 2021 г. – 256 с.

5. Мордкович А.Г. Математика. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учебник в 2 ч. базовый уровень / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. – М.: Мнемозина, 2020 г. – 478 с.

6. Смирнова И.М. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия 10-11 классы: учебник (базовый уровень) / И.М. Смирнова. – М.: Мнемозина, 2020 г. – 223 с.

3.4. При отсутствии указанной литературы можно пользоваться другими учебниками по предмету и его разделам, имеющимися в Вашем распоряжении.

3.5. Помимо рекомендованных нами учебников, при подготовке к вступительным испытаниям желательно использовать справочные издания, сборники задач и т.д., например:

1) Сборник задач по математике / М. И. Сканави, М. : Оникс, 2013;

2) Практикум по элементарной математике / В. Н. Литвиненко, А. Г. Мордкович.– М., 2001;

3) Челомбитько, В. П. Математика: весь курс: теория, задачи, решения: для выпускников и абитуриентов. – М. : Эксмо, 2010. – 448 с.;

4) 3000 конкурсных задач по математике. 2-е изд., испр. и доп. – М. : Рольф; Айрис-Пресс, 1998. – 624 с., с ил.

3.6. В процессе самостоятельного изучения и повторения курса предмета очень важно на основе восприятия и осмысления настолько закрепить учебный материал в сознании, чтобы успешно применить полученные знания на экзамене.

3.7. Будьте внимательны и активны на консультациях, не стесняйтесь задавать вопросы преподавателям.

4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Процедура проведения экзамена осуществляется следующим образом:

вступительные испытания начинаются в 09:00. За 15 минут до начала испытаний кандидаты, допущенные к экзамену, прибывают к указанной в расписании аудитории под руководством начальника курса (заместителя начальника курса);

допуск кандидатов в аудиторию, где проводится экзамен, осуществляется при предъявлении ими экзаменационного листа, при его отсутствии кандидат к данному испытанию не допускается;

кандидаты к началу установленного расписанием времени занимают места в аудитории. Члены предметной экзаменационной комиссии собирают экзаменационные листы кандидатов, взамен выдают титульные листы в комплекте с бланками ответов;

председатель предметной экзаменационной комиссии после приема рапорта начальника курса о готовности потока к сдаче испытания напоминает основные требования по заполнению титульного листа, технике заполнения бланков ответов, дисциплине и правилам поведения на экзамене. После этого экзаменаторы выдают кандидатам экзаменационные задания;

кандидаты самостоятельно заполняют титульные листы экзаменационных бланков и далее выполняют экзаменационные задания, заполняя бланки ответов;

по истечении времени, отведенного на вступительные испытания, титульные листы и бланки ответов сдаются членам предметной экзаменационной комиссии.

Итак, Вы пришли на экзамен:

прослушайте и точно выполните все то, о чем скажет председатель предметной экзаменационной комиссии;

получив необходимый пакет документов, заполните их в соответствии с предъявленными требованиями;

внимательно изучите экзаменационный билет (см. приложение);

каждый экзаменационный билет содержит контрольные задания;
получив билет, внимательно ознакомьтесь с заданиями, определите для себя степень их знания или незнания с целью сосредоточения своего внимания на решении наиболее сложных заданий;

на выполнение экзаменационной работы отводится 240 минут, чего вполне достаточно для обдуманного решения заданий и оформления работы;

рекомендуется первоначально решать задания в черновике, а затем, после того как Вы проверите решение каждого из заданий, можно перенести решения в бланк ответов.

Переносить решения с черновика на чистовик необходимо аккуратно, без описок, исправлений, пропусков промежуточных вычислений. Решение должно быть подробным и обоснованным. При решении геометрической задачи особое внимание следует обратить на качество выполнения чертежа. На нем необходимо правильно изобразить видимые и невидимые линии, а также четко отметить данные углы в соответствии с условием задачи. Если какое-либо задание в отведенное время кандидат не смог решить до конца, то следует написать ход его решения на чистовике в объеме, выполненном на черновике.

Во время проведения экзамена кандидатам запрещается:

использовать какие-либо вспомогательные и справочные материалы, не разрешенные предметной экзаменационной комиссией (учебники, методические пособия, справочники и т.п.);

пользоваться техническими средствами (мобильными телефонами, электронными записными книжками, диктофонами, программируемыми микрокалькуляторами и др.).

Полученная Вами оценка будет зависеть от количества правильных и неправильных решений экзаменационных заданий с учётом их сложности. Критерии оценки будут доведены до Вашего сведения накануне вступительного испытания.

Чем больше правильных ответов Вы дадите, тем выше будет оценка и тем больше шансов Вы получите для поступления в наш институт.

5. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ

Письменная экзаменационная работа состоит из десяти заданий, требующих развернутого ответа.

Экзаменационная работа оценивается по 100-балльной шкале. При этом максимальная оценка за каждое задание составляет 10 баллов с шагом 2 балла:

0 баллов выставляется кандидату, который не решил задание или не раскрыл в ответе значительную часть учебного материала;

2 балла – показавшему знание только части учебного материала, допустившему две и более грубых ошибки;

4 балла – показавшему знание основного учебного материала и допустившему одну грубую ошибку или более двух негрубых ошибок и недочетов;

6 баллов – показавшему знание основного учебного материала и допустившему не более двух негрубых ошибок;

8 баллов – показавшему знание основного учебного материала и допустившему одну негрубую ошибку или один недочет;

10 баллов – показавшему при решении задания глубокие исчерпывающие знания учебного материала, давшему развернутый верный ответ.

Примечания:

1. К грубым ошибкам относятся: ошибки в используемых формулах, определениях и теоремах, знание которых предусмотрено программой; ошибки в геометрических построениях; ошибки в понимании условий задач; использование неравносильных преобразований уравнений и неравенств без дополнительных исследований.

2. К негрубым ошибкам относятся: арифметические ошибки и описки, не изменившие коренным образом условий задачи и не оказавшие существенного влияния на ход ее решения.

3. К недочетам относятся: небрежное оформление работы, отсутствие необходимых пояснений к проводимым аналитическим выкладкам, описка при перенесении решений с черновика на чистовик.

Демонстрационные варианты
экзаменационной работы по математике

Вариант 1

1. Вычислить:

$$\frac{4,75 + 7\frac{1}{2}}{33 : 4\frac{5}{7}} \div 0,25 + \frac{1\frac{1}{5} : \left(\frac{17}{40} + 0,6 - 0,005\right) \cdot 1,7}{\frac{5}{6} + 1\frac{1}{3} - 1\frac{23}{30}}.$$

2. Упростить выражение:

$$\frac{\sqrt{a^2 - 3a} + \sqrt{a^2 - 4a + 3}}{\sqrt{6 - 2a}}.$$

3. Вычислить:

$$\sin 10^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ.$$

4. Найти решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 2(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 3\sqrt{xy}, \\ x + y = 5. \end{cases}$$

5. Доказать тождество:

$$\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - 3}{3\operatorname{tg}^2 \alpha - 1} = \frac{\operatorname{tg} 3\alpha}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

6. Найти решения уравнения:

$$\lg(3^x - 2^{4-x}) = 2 + 0,25 \lg 16 - 0,5x \lg 4.$$

7. Решить уравнение:

$$\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} 2x = \sin x.$$

8. Решить неравенство:

$$\frac{1}{3^x + 5} < \frac{1}{3^{x+1} - 1}.$$

9. Разность между образующей конуса и его высотой равна d , а угол между ними равен α . Найти объем конуса.

10. Окружность, построенная на стороне AC треугольника ABC как на диаметре, проходит через середину стороны BC и пересекает AB в точке D так, что $AD:AB=1:3$. Найти площадь треугольника ABC , если $|AC|=1$.

Вариант 2

1. Вычислить:

$$\left(17\frac{1}{18} \cdot 3,6 - 0,476 : 14\right) : \left(0,009 \cdot 8700 - 120 : 4\frac{2}{7}\right) + 0,306 \cdot 0,3.$$

2. Упростить выражение:

$$\left(1 + \frac{5a^2 - a}{6a^2 - 3ab + 2a - b} \cdot \frac{3a + 1}{5a - 1} + \frac{6a^2 - ab - 2b^2}{b^2 - 4a^2}\right) : \frac{a}{2a - b}.$$

3. Вычислить:

$$\cos\left(\frac{\pi}{6} - \operatorname{arctg} 2\right).$$

4. Упростить выражение:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha}.$$

5. Решить уравнение:

$$\sqrt[3]{5 - x} + \sqrt[3]{x + 5} = 1.$$

6. Решить уравнение:

$$\lg^2 x + \lg x^2 = 3.$$

7. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \sin x \cdot \sin y = \frac{1}{4}; \\ \cos x \cdot \cos y = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

8. Найти наименьшее решение:

$$|x + 3| + |x - 4| \leq 11.$$

9. В треугольнике ABC угол B равен 30° , $AC = 1$. Прямая, проходящая через B перпендикулярно BC , пересекает AC в точке D , $BD = 1$. Найти DC .

10. В правильной четырехугольной пирамиде плоский угол при вершине равен углу между боковым ребром и плоскостью основания. Определить двугранные углы между соседними боковыми гранями.